MATHCAD IZMANTOŠANA FAZILOĢISKO UZDEVUMU RISINĀŠANAI

Jeļena Jevsjukova

RTU Liepājas filiāle
Liepāja, Vānes iela 4, LV – 3417, Latvija
Tālr.: +371 3484925. E-pasts: jelena. jevsjukova@rtu.lv

Šajā rakstā ir aprakstīta metodika, kuru var izmantot fazikopu teorijas un faziloģikas uzdevumu risināšanai matemātikas speckursos, ja to ietvaros tiek studēti fazikopu teorijas un faziloģikas pamati. Metodika ir pieņemama gadījumos, ja mācību plānos atbilstošām tēmām ir paredzēts neliels stundu skaits. Uzdevumu risināšanai piedāvājamā programma Mathcad neprasa papildus laiku tās interfeisa un darba paņēmienu apgūšanai, kas ļauj vairāk laika veltīt darbam ar pamata materiālu.

Atslēgas vārdi: fazikopas, lingvistiskie mainīgie, faziloģiskās operācijas un attiecības

Ievads

Faziloģika ir tradicionālās Aristoteļa loģikas apkopošana gadījumam, kad patiesība tiek izskatīta kā lingvistiskais mainīgais, kurš var pieņemt tāda tipa vērtības, kā "ļoti patiess", "vairāk vai mazāk patiess", "ne pārāk aplams" un tml. Šādas lingvistiskās vērtības tiek interpretētas fazikopu veidā.

Problēma ir saistīta ar līdzekļu izvēli praktiskā rakstura uzdevumu risināšanai. Matemātikas nelielo speckursu robežās nelietderīgi izmantot līdzekļus, kuri prasa papildus laiku pašu šo līdzekļu pētīšanai un apgūšanai.

Tādēļ raksta autore piedāvā faziloģisko uzdevumu risināšanas metodes ar šāda izplatīta programmprodukta izmantošanu, kā Mathcad.

1. Faziloģiskās operācijas

Īpašu vietu faziloģikā aizņem lingvistiskais mainīgais "patiesība". Tradicionālajā loģikā šāda tipa mainīgais var pieņemt tikai vienu no divām vērtībām: patiess vai aplams. Faziloģikā patiesību definē aksiomātiski, pie tam dažādi autori dara to atšķirīgi.

Intervālu [0, 1] izmanto kā universālo kopu lingvistiskā mainīgā "patiesība" definēšanai.

Piemēram, Baldvins [1] piedāvā „patiess" un „aplams" mainīgo vērtību noteikšanai šādas piederības funkcijas:

$$\mu_{„patiess"}(u) = u, \quad \mu_{„aplams"}(u) = 1\text{-}u, \ \text{kur } u\in[0,1] \tag{1}$$

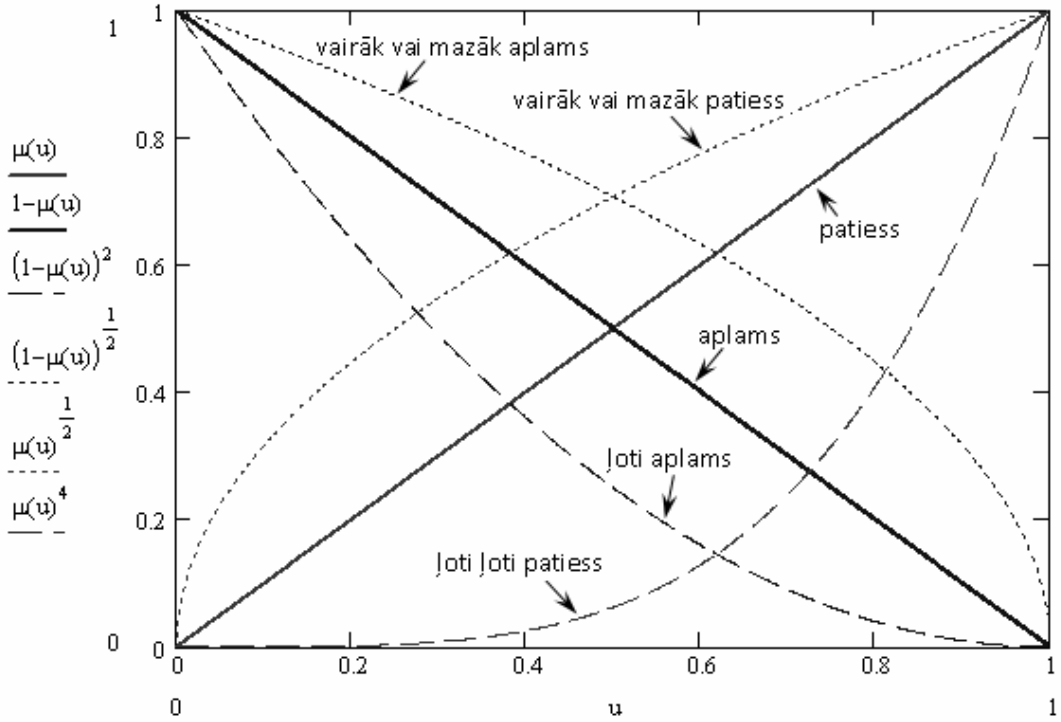
Fazikopām „patiess" un „aplams" ļoti bieži pielieto kvantifikatorus „vairāk vai mazāk" un „ļoti", šādā veidā saņemot termus „ļoti aplams", „vairāk vai mazāk aplams", „vairāk vai mazāk patiess", „ļoti patiess", „ļoti, ļoti aplams" u.c. Lai saņemtu jaunu termu piederības funkcijas, izpilda koncentrācijas un izstiepšanas operācijas fazikopām „patiess" un „aplams". Koncentrācijas operācija apbilst piederības funkcijas vērtības kvadrāta aprēķināšanai, bet izstiepšanas operācija – kvadrātsaknes aprēķināšanai. Tātad, piederības funkcijas termiem „ļoti aplams", „vairāk vai mazāk aplams", „vairāk vai mazāk patiess" un „ļoti, ļoti patiess" definē šādi:

$$\begin{aligned}
&\mu_{"\text{ļoti aplams}"}(u) = (\mu_{"\text{aplams}"}(u))^2\\
&\mu_{"\text{vairāk vai mazāk aplams}"}(u) = (\mu_{"\text{aplams}"}(u))^{1/2}\\
&\mu_{"\text{ vairāk vai mazāk patiess}"}(u) = (\mu_{"\text{patiess}"}(u))^{1/2}\\
&\mu_{"\text{ ļoti, ļoti patiess}"}(u) = (\mu_{"\text{ļoti patiess}"}(u))^2 = (\mu_{"\text{patiess}"}(u))^4
\end{aligned} \tag{2}$$

Formulās (2) definēto termu piederības funkcijas ir attēlotas 1. zīmējumā.

Apzīmēsim faziloģiskos mainīgos ar $\tilde{A}$ un $\tilde{B}$, bet piederības funkcijas – ar $\mu_{\tilde{A}}(u)$ un $\mu_{\tilde{B}}(u)$, $u\in[0,1]$. Faziloģiskās operācijas AND ($\wedge$), OR ($\vee$), NOT ($\overline{\tilde{A}}$) un implikācija ($\Rightarrow$) tiek izpildītas pēc sekojošiem noteikumiem:

$$\begin{aligned}
&\mu_{\tilde{A}\wedge\tilde{B}}(u) = \min\left(\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{B}}(u)\right)\\
&\mu_{\tilde{A}\vee\tilde{B}}(u) = \max\left(\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{B}}(u)\right)\\
&\mu_{\overline{\tilde{A}}}(u) = 1-\mu_{\tilde{A}}(u)\\
&\mu_{\tilde{A}\Rightarrow\tilde{B}}(u) = \max\left(1-\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{B}}(u)\right)
\end{aligned} \tag{3}$$



1. zīm. Lingvistiskais mainīgas „patiesība" pēc Baldvina definīcijas

Ja šīs funkcijas ir uzdotas analītiski, atbilstošu operāciju izpildīšana neizsauc problēmas, jo tieši tādā pašā veidā visas šīs funkcijas definē Mathcad vidē. Bet, ja faziloģiskie mainīgie ir uzdoti diskrēto fazikopu veidā, Mathcad vidē tos var interpretēt kā divkolonnu matricas, kurās pirmā kolonna satur mainīgā iespējamas vērtības, bet otrā – to piederības pakāpju vērtības. Loģisko operāciju izpildīšanai var definēt nelielus programmu moduļus.

1. piemērs. Doti divi faziloģiskie mainīgie:

$$\widetilde{A} = \frac{0}{0} + \frac{0.2}{0.2} + \frac{0.35}{0.4} + \frac{0.45}{0.6} + \frac{0.85}{0.8} + \frac{0.9}{1} \quad \text{un} \quad \widetilde{\mathbf{B}} = \frac{0.1}{0} + \frac{0.15}{0.2} + \frac{0.25}{0.4} + \frac{0.6}{0.6} + \frac{0.9}{0.8} + \frac{1}{1}$$

Atrast $\left(\widetilde{A} \vee \overline{\widetilde{B}}\right) \wedge \left(\overline{\widetilde{A}} \vee \widetilde{B}\right)$.

<u>Piezīme</u>: turpmāk (Mathcad vidē) datu ievades paātrināšanai un vienkāršošanai simbols ~ fazivērtību apzīmējumos tiks izlaists.

A un B vērtību definējošās matricas attēlotas 2. zīmējumā:

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0.35 \\ 0.6 & 0.45 \\ 0.8 & 0.85 \\ 1 & 0.9 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.15 \\ 0.4 & 0.25 \\ 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. zīm. Faziloģisko mainīgo A un B definējošās matricas

Tālāk, izmantojot formulas (1) un (3), var noteikt $\widetilde{A} \vee \overline{\widetilde{B}}$ (3. zīm.) un $\overline{\widetilde{A}} \vee \widetilde{B}$ (4. zīm.) vērtības.

$$notB := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} notB_{i,1} \leftarrow B_{i,1} \\ notB_{i,2} \leftarrow 1 - B_{i,2} \end{array} \right. \\ notB \end{array} \right. \qquad notB = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 \\ 0.2 & 0.85 \\ 0.4 & 0.75 \\ 0.6 & 0.4 \\ 0.8 & 0.1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_or_notB := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} A_or_notB_{i,1} \leftarrow A_{i,1} \\ A_or_notB_{i,2} \leftarrow \max(A_{i,2}, notB_{i,2}) \end{array} \right. \\ A_or_notB \end{array} \right. \qquad A_or_notB = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 \\ 0.2 & 0.85 \\ 0.4 & 0.75 \\ 0.6 & 0.45 \\ 0.8 & 0.85 \\ 1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

3. zīm. $\widetilde{A} \vee \overline{\widetilde{B}}$ vērtības noteikšana

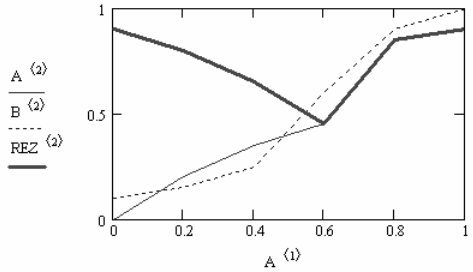
$$notA := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} notA_{i,1} \leftarrow A_{i,1} \\ notA_{i,2} \leftarrow 1 - A_{i,2} \end{array} \right. \\ notA \end{array} \right. \qquad notA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.65 \\ 0.6 & 0.55 \\ 0.8 & 0.15 \\ 1 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$notA_or_B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} notA_or_B_{i,1} \leftarrow B_{i,1} \\ notA_or_B_{i,2} \leftarrow \max(notA_{i,2}, B_{i,2}) \end{array} \right. \\ notA_or_B \end{array} \right. \qquad notA_or_B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.65 \\ 0.6 & 0.6 \\ 0.8 & 0.9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. zīm. $\overline{\widetilde{A}} \vee \widetilde{B}$ vērtības noteikšana

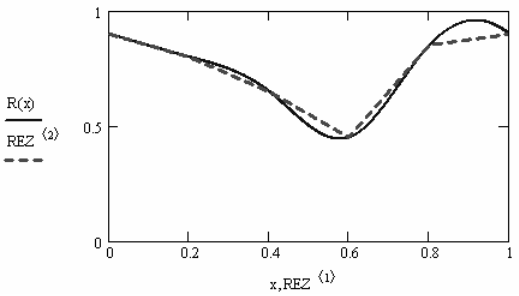
Tālāk tiek aprēķināts gala rezultāts, kuru, ja tas būtu vajadzīgs, var interpolēt (5. zīm.).

$$REZ := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} REZ_{i,1} \leftarrow A_{i,1} \\ REZ_{i,2} \leftarrow \min(A_or_notB_{i,2}, notA_or_B_{i,2}) \end{array} \right. \\ REZ \end{array} \right. \qquad REZ = \begin{pmatrix} 0 & 0.9 \\ 0.2 & 0.8 \\ 0.4 & 0.65 \\ 0.6 & 0.45 \\ 0.8 & 0.85 \\ 1 & 0.9 \end{pmatrix}$$



Interpolaacija:

$X := REZ^{\langle 1 \rangle} \qquad Y := REZ^{\langle 2 \rangle} \qquad W := pspline(X, Y) \qquad R(x) := interp(W, X, Y, x)$



5. zīm. Gala rezultāta noteikšana un tā interpolēšana

2. Zināšanu fazibāze

Par zināšanu fazibāzi sauc neskaidro noteikumu kopumu "Ja – tad", kas nosaka savstarpējas sakarības starp pētījama objekta ieejām un izejām. Neskaidro noteikumu apkopots formāts ir šāds:

ja *<noteikuma ieejas izteiksme>*, tad *<noteikuma izejas izteiksme>*

Noteikuma ieejas izteiksme (vai antecedents) ir šāda tipa izteiksme: „X ir <vērtība>", kur <vērtība> ir terms (lingvistiskā vērtība), kurš uzdots ar fazikopu uz lingvistiskā mainīgā X universālās kopas. Kvantifikatorus "ļoti", "vairāk vai mazāk", "ne", "gandrīz" un tml. var izmantot antecedenta termu modificēšanai.

Noteikuma izejas izteiksme (noslēgums vai sekas) ir šāda tipa apgalvojums: „Y ir <vērtība>", kurā <vērtība> var būt uzdota ar termu, risinājumu klasi, skaidro konstanti vai skaidro funkciju no ieejas mainīgajiem.

Ja ieejas mainīgā vērtība noteikumā ir uzdota ar fazikopu, tad noteikumu var interpretēt kā faziattiecību. Noteikumam "Ja x ir $\tilde{A}$, tad y ir $\tilde{B}$" faziattiecība $\tilde{R}$ tiek uzdota uz Dekarta reizinājuma $U_x \times U_y$, kur U_x (U_y) – ieejas (izejas) mainīgā universālā kopa.

Faziattiecības definēšanai var izmantot implikāciju un t-normu. Ja, piemēram, kā t-normu izmantot minimuma atrāšanas operāciju, $\tilde{R}$ attiecības noteikšana tiks izpildīta šādi:

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \min\left(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)\right), \ (x, y) \in U_x \times U_y \qquad (4)$$

2. piemērs. Zināšanu fazibāze apraksta attiecības starp autovadītāja vecumu (X) un ceļu satiksmes pārkāpuma (CSP) iespēju (Y):

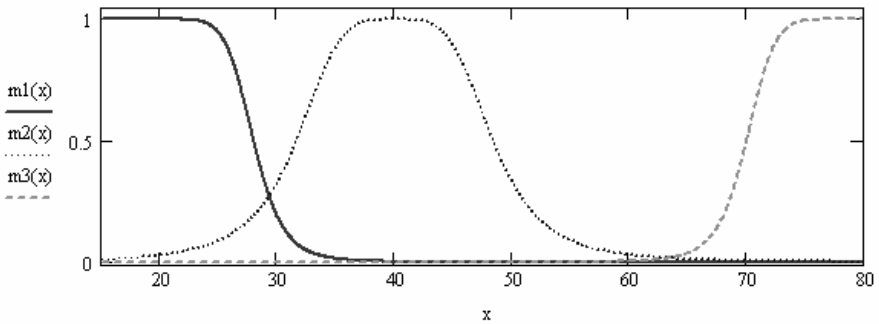
Ja *X = Jaunais,* **tad** *Y = Augsta;*
Ja *X = Vidējais,* **tad** *Y = Zema;*
Ja *X = Ļoti vecais vai jaunais,* **tad** *y = Augsta.*

Pieņemsim, ka termu piederības funkcijām ir izskats, kā 6. un 7. zīmējumā. Tad faziattiecības, kas atbilst zināšanu bāzes noteikumiem, būs tādi, ka parādīts 8.-10. zīmējumos.

$$m1(x) := \frac{1}{1 + \left(\frac{x - 18}{10}\right)^8}$$ - piederības funkcija termam "jaunais"

$$m2(x) := \frac{0.5}{0.5 + \left(\frac{x - 40}{10}\right)^4}$$ - piederības funkcija termam "vidēejais"

$$m3(x) := \frac{1}{1 + \left(\frac{x - 80}{10}\right)^8}$$ - piederības funkcija termam "l'oti vecais"

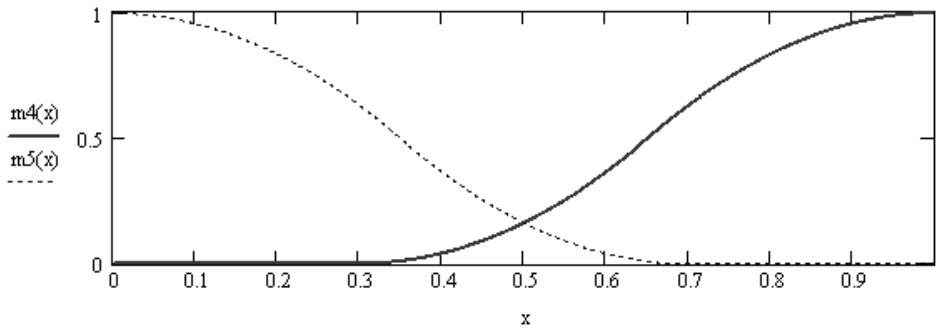


6. zīm. Piederības funkcijas vecuma termiem

$a := 0.3$

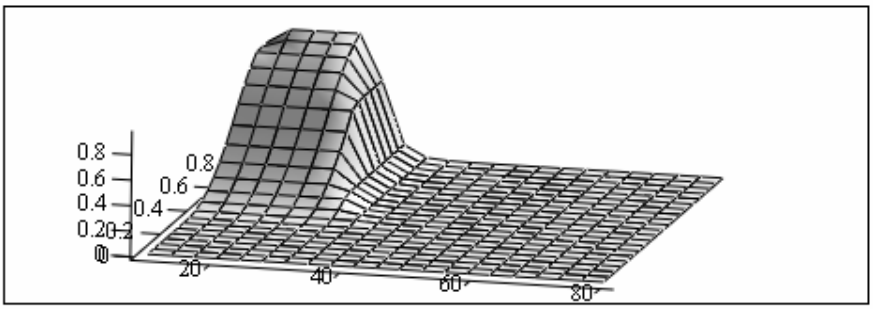
$$m4(x) := \begin{cases} 0 \text{ if } 0 \le x \le a & \text{- piederiibas funkcija termam "augsta"} \\ \left[2\cdot\left(\frac{x-a}{1-a}\right)^2\right] \text{ if } a < x \le \frac{a+1}{2} & \\ \left[1-2\cdot\left(\frac{x-1}{1-a}\right)^2\right] \text{ otherwise} & \end{cases}$$

$m5(x) := m4(1-x)$ - piederiibas funkcija termam "zema"



7. zīm. Piederības funkcijas CSP iespējas termiem

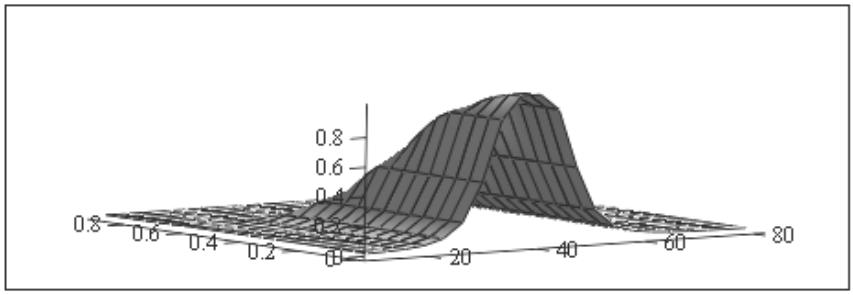
$z1(x,y) := \min(m1(x), m4(y))$



z1

8. zīm. Attiecība „Ja X = Jaunais, tad Y = Augsta”

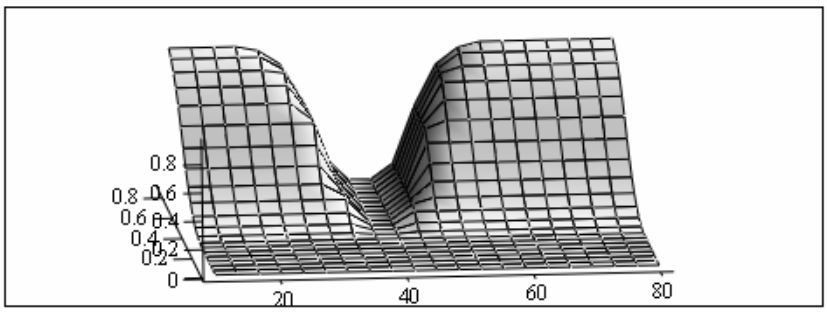
$z2(x,y) := \min(m2(x), m5(y))$



z2

9. zīm. Attiecība „Ja X = Vidējais, tad Y = Zema”

$$z3(x,y) := \min(1 - m2(x), m4(y))$$



z3

10. zīm. Attiecība „Ja X = Ļoti vecais vai jaunais, tad Y = Augsta"

Noslēgums

Aprakstīta metodika ļauj veiksmīgi izmantot populāru matemātisko uzdevumu risināšanas paketi Mathcad fazikopu teorijas un faziloģikas uzdevumu risināšanai. Paketes ierobežojumi prasa pieņemt dažas vienošanās fazikopu definēšanai, proti to noteikšana ar matricu palīdzību. Bet tas tiek attaisnots, ja fazikopu teorijas un faziloģikas pamati tiek mācīti nelielu speckursu ietvaros, kuriem mācību plānos ir paredzēts neliels stundu skaits.

Literatūra

1. Baldwin, J.F. *Fuzzy logic and fuzzy reasoning,*. London: Academic Press, 1981.
2. Klir, George J.; St Clair, Ute H.; Yuan, Bo. *Fuzzy set theory: foundations and applications.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1997.
3. http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic

Jevsjukova J. MATHCAD IZMANTOŠANA FAZILOĢISKO UZDEVUMU RISINĀŠANAI

Šajā rakstā ir aprakstīta metodika, kuru var izmantot fazikopu teorijas un faziloģikas uzdevumu risināšanai matemātikas speckursos, ja to ietvaros tiek studēti fazikopu teorijas un faziloģikas pamati. Metodika ir pieņemama gadījumos, ja mācību plānos atbilstošām tēmām ir paredzēts neliels stundu skaits. Uzdevumu risināšanai piedāvājamā programma Mathcad neprasa papildus laiku tās interfeisa un darba paņēmienu apgūšanai, kas ļauj vairāk laika veltīt darbam ar pamata materiālu.
Atslēgas vārdi: fazikopas, lingvistiskie mainīgie, faziloģiskās operācijas un attiecības

Yevsyukova, Y. USING OF MATHCAD FOR FUZZY LOGIC'S TASKS SOLVING

The following paper describes the technique which can be used for the theory's of fuzzy sets and fuzzy logic's tasks solving in special courses of mathematics, if these courses provide studying of theory's of fuzzy sets and fuzzy logic's basics. The technique may be used in case if curriculum doesn't include big quantity of hours for the studies of following themes. The offered software for tasks' solving (Mathcad) does not demand additional time for mastering of its interface and working methods. That allows to give more time for work with the basic material.
Keywords: fuzzy sets, linguistic variables, fuzzy logic operations and relations